

## MATHEMATICAL MODELING OF GRAIN DRYING - THOMPSON'S THEORETICAL MODEL FOR DURUM WHEAT

### MODELAGEM MATEMÁTICA PARA SECAGEM DE GRÃOS – MODELO TEÓRICO DE THOMPSON PARA TRIGO DURO

**LIDIANE DE COL**

<https://orcid.org/0000-0002-5386-5927> / <http://lattes.cnpq.br/4258133081646447> / [lididecol@gmail.com](mailto:lididecol@gmail.com)  
Centro Universitário SENAI/SC, UniSENAI - Campus Chapecó - SC

**KEILA DAIANE FERRARI ORSO**

<https://orcid.org/0009-0009-5509-2532> / <http://lattes.cnpq.br/6532350161899040> / [keila@uceff.edu.br](mailto:keila@uceff.edu.br)  
Faculdade Empresarial de Chapecó - UCEFF, Chapecó - SC

**LUCAS ZAMBONI**

<https://orcid.org/0000-0003-3947-1902> / [lucasgzamboni@gmail.com](mailto:lucasgzamboni@gmail.com)  
Faculdade Empresarial de Chapecó - UCEFF, Chapecó - SC



Recebido em:25/07/2023  
Aprovado em:02/10/2023  
Publicado em:25/10/2023

#### RESUMO

Para possibilitar que seja feito o armazenamento seguro dos grãos de forma a manter a qualidade do produto, é fundamental o processo de secagem no momento da estocagem nos silos. Neste trabalho buscamos aplicar a modelagem matemática proposta por Thompson para cálculo de secadores de grãos, de forma mais específica iremos tratar de grãos de trigo. Seguindo o modelo de Thompson se fez necessários ajustes das constantes propostas por ele, para melhor adequação ao grão de trigo. O secador utilizado nos cálculos trata-se de um secador contínuo com esteira para transporte do grão pelo interior da câmara, é importante ressaltar que o processo contínuo de secagem, pode causar fissuras no grão, e assim comprometer sua qualidade. Nossa aplicação baseia-se em cálculos que dependem de fatores previamente fixados, e da umidade do grão na entrada do secador, a qual será o fator determinante da velocidade da esteira de secagem. Ao finalizarmos as aplicações conseguimos perceber a diferença de velocidade em relação ao teor de umidade do grão.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; Secagem de Grãos; Thompson.

#### ABSTRACT

The storage of grains needs to be secure because of the quality of the product, the drying process at the time of storage in the silos is essential. Then, in this work we seek to apply the mathematical modeling proposed by Thompson to calculate grain dryers. Following Thompson's model, for a better adaptation to the wheat grain it was necessary to adjust constants proposed by him. The dryer used in the calculations is a continuous dryer with a conveyor belt to transport the grain through the interior of the chamber, it is important

to emphasize that the continuous drying process can cause cracks in the grain, and thus compromise its quality. Our application is based on calculations that depend on previously fixed factors, and on the humidity of the grain at the entrance to the dryer, which will be the determining factor for the speed of the drying belt. At the end of the applications, we were able to see the difference in speed in relation to the moisture content of the grain.

**Keywords:** Grain drying, Mathematical Modeling; Thompson.

## 1 INTRODUÇÃO

O trigo é uma gramínea originária da antiga Mesopotâmia, onde atualmente localizam-se Síria, Jordânia, Turquia e Iraque. É cultivado mundialmente, sendo o segundo cereal mais produzido e sua farinha é uma das bases tanto da alimentação humana quanto da alimentação animal (PORTAL SÃO FRANCISCO, 2019).

Sob uma perspectiva tecnológica, é possível separar o grão de trigo em três componentes claramente distintos: o endosperma (83%), o farelo (14%) e o germe (3%). Cada um desses elementos engloba pelo menos dois ou mais tipos de tecidos com características anatômicas variadas. O endosperma é composto pelo endosperma amiláceo e pela camada de aleurona. O farelo é formado por pelo menos seis tipos diferentes de tecidos, enquanto o germe normalmente é composto pelo escutelo e pelo embrião (BUSHUK, 1986).

Santa Catarina ocupa a 9ª posição no ranking nacional de produção agrícola, de acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Com relação ao trigo, o estado é o quinto maior produtor nacional, sendo as principais cidades: Campos Novos, Abelardo Luz e Chapecó. (NSC TOTAL, 2016).

O processamento do trigo é diretamente afetado por diversos fatores que podem alterar sua qualidade, dentre os principais fatores destaca-se a umidade, que pode variar conforme o período de colheita e a região em que o grão está sendo colhido.

Em virtude da amplitude do teor de umidade encontrado durante a colheita dos grãos de trigo, e sabendo que existe uma concentração ideal de umidade para o processamento, buscou-se nesse estudo aplicar a modelagem matemática de Thompson visando a secagem da gramínea conforme a umidade inicial e o grau de secagem ideal.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO

Como se propõe gerar um modelo matemático teórico, em que seja possível determinar a velocidade da esteira de um secador contínuo, a qual deverá estar diretamente ligada ao teor de umidade inicial do grão.

No modelo de Thompson *et al.* (1968), a técnica de secagem acontece em pequenos processos, calculados separadamente e sobretudo em camada fina, o que significa que se adequa ao propósito deste estudo, no qual colocamos em uma esteira transportadora que levará uma camada fina do grão sob vibração pelo caminho do secador e posteriormente receberá um fluxo de ar aquecido durante todo percurso. Dessa forma, o modelo proposto por Thompson nos propõem as seguintes conjecturas básicas:

$$t = A. \ln(Mr) + B. [\ln(Mr)]^2$$

t = Tempo (horas);

A, B = São constantes que variam para o tipo de grão e temperatura;

Mr = Razão de umidade (adimensional).

$$A = - 1.862 + 0.00488. To$$

$$B = 427,4. e$$

Razão de umidade:

$$Mr = \frac{M - Me}{Mo - Me}$$

Mr = Razão de umidade (adimensional).

M = Teor de umidade final (decimal);

Me = Teor de umidade de equilíbrio (decimal);

Mo = Teor de umidade inicial (decimal).

Umidade de equilíbrio:

$$Me = \left[ \frac{-\ln(1-UR)}{K.(Te+C)} \right]^{\frac{1}{n}}$$

UR = Umidade relativa (decimal);

$T_e$  = Temperatura de equilíbrio (°C);

K, C, N = Constantes que dependem do tipo de grão

$$UR = \left[ \frac{(100 \cdot Patm \cdot Wo)}{0,662 + Wo \cdot Pvap} \right]$$

$Patm$  = Pressão atmosférica (mmHg);

$Wo$  = Teor de umidade do ar antes da secagem ( $KJ \cdot Kg^{-1}$ );

$Pvap$  = Pressão de vapor (mmHg).

Teor de umidade do ar de secagem

$$Wo = \left[ \frac{(Mo - M) \cdot RC}{War} \right]$$

$RC$  = Teor entre a massa de grão secos e a massa do ar seco ( $Kg \cdot Kg^{-1}$ );

$War$  = Fluxo de ar do secador ( $m^3 \cdot min^{-1} \cdot m^2$ )

$$RC = \left[ \frac{(\rho g \cdot Va \cdot A)}{(Wa \cdot 60 \cdot (1 + Mo))} \right]$$

$\rho g$  = Densidade do grão ( $Kg \cdot m^{-3}$ );

$Va$  = volume específico do ar ( $m^3 \cdot Kg^{-1}$ );

$A$  = Área do secador ( $m^2$ ).

$$Te = \left[ \frac{((0,24 + 0,45 \cdot Wo) \cdot To) + (Cp \cdot RC \cdot ((1 + M) \cdot Tgo))}{(0,24 + 0,45 \cdot Wo) + (Cp \cdot RC \cdot (1 + M))} \right]$$

$To$  = Temperatura do ar de secagem (°C);

$Cp$  = Calor específico ( $KJ \cdot Kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ );

$Tgo$  = Temperatura do grão na entrada do secador (°C).

Outros autores foram adaptando as equações para moldar de forma mais precisa os diferentes tipos de grão, sendo assim para o trigo temos:

$$A = -1,6023 + 0,00881 \cdot To - 0,000335 \cdot To^2 + 0,000002777 \cdot To^3$$

$To$  = Temperatura do ar de secagem (°C).

(BROOKER *et al.* 1992)

$$B = 0,497 \cdot e^{-\frac{T_o-32,2}{1,888}} + 0,1027 \cdot e^{-\frac{T_o-32,2}{40,22}}$$

To = Temperatura do ar de secagem (°C).

(BROOKER *et al.* 1992)

$$Me = \left( \frac{\ln(1-Mr)}{(1,2299 \times 10^{-5} \cdot (T_o+64,346))} \right)^{0,3912}$$

Me = Teor de umidade de equilíbrio (decimal);

To = Temperatura do ar de secagem (°C);

Mr = Razão de umidade (adimensional).

(ASAE Standard, 1984)

$$CP = 0,288 + 0,828 \cdot \left( \frac{M}{100+M} \right)$$

Cp = Calor específico (KJ.Kg<sup>-1</sup>.°C<sup>-1</sup>);

M = Teor de umidade final (decimal).

(ASAE Standard, 1984)

$$P_{vap} = 610,8 \cdot e^{\left( \frac{17,3 \cdot T_o}{237 \cdot T_o} \right)}$$

To = Temperatura do ar de secagem (°C).

(TETENS, 1930).

## 2.1 MODELO THOMPSON

A secagem de produtos agrícolas pode ser compreendida como um processo em que o teor de umidade do grão é reduzido a níveis que permitam uma estocagem longa e segura, utilizando técnicas econômicas de evaporação (DALPASQUALE, 1987).

Secagem é um processo contínuo com alterações no teor de umidade, na temperatura do ar e dos grãos e na umidade do ar, ocorrendo simultaneamente. Essas mudanças variam para

diferentes métodos de secagem e para diferentes locais no leito de secagem. (THOMPSON *et al.* 1968).

A secagem também pode ser considerada como um processo simultâneo de transferência de calor e massa entre o ar de secagem e o produto. Vários autores têm publicado modelos matemáticos sobre o processo de secagem (SANDER *et al.* 2009).

De modo geral, secadores contínuos não são recomendados para a secagem de sementes, porém é possível utilizar-se do mesmo, desde que se realize modificações, tais como, o aumento do número de passagens e da velocidade do fluxo de massa pela câmara de secagem (AGUIRRE; PESKE, 1992).

Essas modificações são necessárias, tendo em vista que na secagem contínua a manutenção da temperatura e o fluxo de ar elevado promovem rápida remoção de água das sementes e, como consequência, pode provocar fissuras e afetar negativamente a qualidade fisiológica das sementes, principalmente durante o período de armazenamento (VILLELA; PESKE, 1996).

O mecanismo pelo qual ocorre a difusão da água nos produtos agrícolas é muito complexo devido à diversidade da composição química e estrutura física dos produtos. Na literatura sobre secagem envolvendo o fenômeno da difusão de água, são encontradas grandes variações nos valores do coeficiente de difusividade, não só devido à complexidade dos produtos, como também em função dos diferentes métodos de predição, tipo de material, teor de água, processo de secagem e a metodologia utilizada para sua obtenção (RESENDE *et al.* 2005).

A metodologia utilizada para descrever o processo de secagem contínua, conduziu-se a dividir em pequenas etapas. A simulação básica usada foi calcular a secagem realizada em uma fina camada de grão (THOMPSON *et al.* 1968).

Os parâmetros que influenciam a taxa de secagem, com utilização de ar forçado, são principalmente, a temperatura e umidade relativa do ambiente, temperatura e fluxo do ar de secagem, umidade inicial, final e de equilíbrio do produto, a temperatura e velocidade do produto no secador, bem como a variedade e a história do produto do plantio até a colheita. Estes parâmetros de secagem não são independentes, pois influem na taxa e eficiência de secagem como um conjunto de fatores e não isoladamente.

A temperatura do ar de secagem é o parâmetro de maior flexibilidade num sistema de secagem em altas temperaturas. A temperatura do ar conjugada com o fluxo do ar de secagem são fatores responsáveis pela quantidade de água removida no processo de secagem e na

qualidade do produto final. O aumento da temperatura implica em menor gasto de energia por unidade de água removida e maior velocidade na taxa de secagem, e maior gradiente de temperatura e umidade, um aumento no fluxo de ar reduz a eficiência energética, mas também aumenta a velocidade de secagem (BROOKER *et al.* 1992).

### 3 METODOLOGIA

Para o estudo, buscou-se o modelo matemático mais adequado, na qual pudéssemos calcular a velocidade da esteira de um secador de grãos contínuo. Primeiramente, a esteira foi adaptada para operar em uma velocidade diretamente ligada ao teor da umidade. Para fins de calcular esse fenômeno, envolveu-se todas as conjunturas citadas neste trabalho, sendo assim foi possível atingir valores teóricos aproximados dos empíricos.

A secagem é um processo dinâmico, cujo qual todas as variáveis estão em constante alterações, sendo necessário calcular a cada instante um novo valor para cada variável. Para esse trabalho o processo se manteve constante, a única alteração foi dada pela umidade do grão na entrada do secador.

Denominou-se como secador, uma esteira com 50 metros de comprimento e 5 metros de largura, para que os grãos pudessem receber o ar quente de forma uniforme, a esteira sofreu vibrações a fim de agitar os grãos, para que a secagem pudesse ser uniforme, além disso a altura máxima de grão sobre a esteira foi de de 20 cm, esse controle foi realizado de forma mecânica.

Características do secador:

Vazão de ar de secagem: 168.220,0 m<sup>3</sup>/h

Temperatura do ar de secagem: 80°C

Umidade do grão desejada na saída: 13%

Densidade do grão (entrada): 730,47 Kg/m<sup>3</sup>

Densidade do ar: 1,2047 Kg/m<sup>3</sup>

Temperatura do grão na entrada do secador: 25°C

Pressão atmosférica: 760 mmHg

Este secador contínuo teórico com vazão de ar quente atingiu os grãos no sentido de cima para baixo, com retirada de ar pelas laterais. Alimentada por meio de uma rosca transportadora, a esteira totalizava uma área de 250 metros, sendo que a mesma sofreu ação mecânica controlada, a fim de causar vibrações na mesma, ocasionando uma agitação nos grãos.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Imaginado as possíveis variáveis que as condições climáticas e o ciclo de produção do produto proporcionam ao grão colhido, podemos afirmar que a colheita do mesmo ocorre em diversas situações, tendo que o clima sofre alterações constantemente, a recepção do grão teve variações em suas características físico-química, sendo a umidade uma delas.

Tendo como objetivo calcular a velocidade que essa esteira se desloca dependendo unicamente da umidade de entrada do grão, admitindo as demais variáveis constantes, tivemos assim todo trigo que chega ao secador. Primeiramente passar por uma análise para determinação do teor de umidade presente no mesmo, após essa etapa calculamos a velocidade da esteira e iniciamos o processo de secagem.

Sendo assim, destacam-se algumas situações de teor de umidade no recebimento do grão:

Na situação 1 (Quadro 1), o grão foi colhido em condições do ciclo produtivo e condições climáticas favoráveis, obtendo um produto com teor de umidade baixo, agilizando o processo de secagem do mesmo.

Quadro 1 – Processo de secagem (Situação 1)

Situação 1	
Umidade de Saída (%)	13,00
Umidade de Entrada (%)	19,00
Temperatura do Ar de Secagem (°C)	80,00
Comprimento da Esteira (Metros)	50,00
Tempo de Secagem (Horas)	1,30
Velocidade da Esteira (Metros/Minutos)	0,64

Fonte: Do autor (2019).

Na Situação 2 (Quadro 2), o grão foi colhido em condições do ciclo produtivo favoráveis e condições climáticas complicadas para a época de colheita, porém foi necessário realizá-la, obtendo um produto com teor de umidade acima do ideal.



Quadro 2 – Processo de secagem (Situação 2)

Situação 2	
Umidade de Saída (%)	13,00
Umidade de Entrada (%)	21,80
Temperatura do Ar de Secagem (°C)	80,00
Comprimento da Esteira (Metros)	50,00
Tempo de Secagem (Horas)	2,03
Velocidade da Esteira (Metros/Minutos)	0,41

Fonte: Do autor (2019).

Na situação 3 (Quadro 3) o grão foi colhido em condições do ciclo produtivo e condições climáticas totalmente inadequadas, mas se fez necessário para que não houvesse maiores perdas, obtendo um produto com teor de umidade alto.

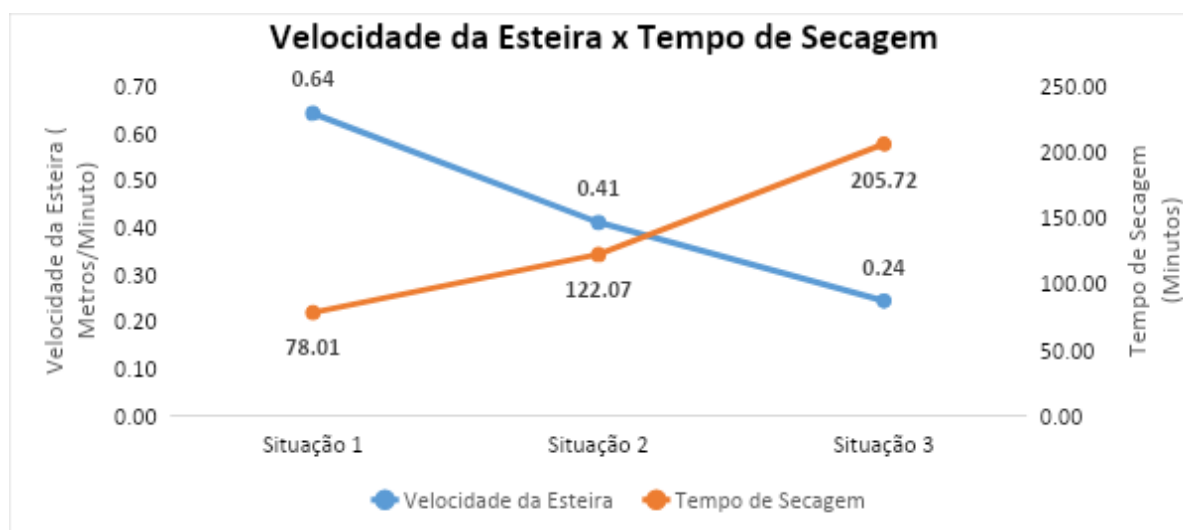
Quadro 3 – Processo de secagem (Situação 3)

Situação 3	
Umidade de Saída (%)	13,00
Umidade de Entrada (%)	26,10
Temperatura do Ar de Secagem (°C)	80,00
Comprimento da Esteira (Metros)	50,00
Tempo de Secagem (Horas)	3,43
Velocidade da Esteira (Metros/Minutos)	0,24

Fonte: Do autor (2019).

Conforme o Gráfico 1 é possível observar as curvas que as três situações nos proporcionaram, podendo analisar as diferentes velocidades e tempos de secagem.

Gráfico 1 – Processo de secagem



Fonte: Do autor (2019).

Desta forma, tornou-se possível calcular de forma teórica a velocidade da esteira do secador com as características fixadas anteriormente. Também foi possível transformar essas características em valores empíricos, trazendo essas conjunturas mais próximas possíveis da realidade. Portanto, a partir da definição do teor de umidade e da densidade do grão antes e após a secagem, tornou-se possível calcular, por exemplo, a perda financeira que a secagem gerou pela diminuição da massa.

### 3 CONCLUSÃO

A modelagem matemática pode ajudar na tomada de decisões do setor agroindustrial, especialmente nos diferentes processos em que se faz necessário que utilizam a secagem de grãos. Como o secador utilizado nos cálculos denomina-se secador contínuo com esteira para transporte do grão pelo interior da câmara, é importante ressaltar que o processo contínuo pode causar fissuras no grão, podendo comprometer sua qualidade.

Esta aplicação baseou-se em cálculos que dependem de fatores previamente fixados, e da umidade do grão na entrada do secador, a qual determinará a velocidade da esteira de secagem. Com as aplicações foi possível notar a diferença de velocidade em relação ao teor de umidade do grão.

**REFERÊNCIAS**

- AGUIRRE, R.; PESKE, S.T. **Manual para el beneficio de semillas**. Cali: Centro Internacional de Agricultura Tropical, 1992.
- BUSHUK, W. **Wheat: chemistry and uses**. Cereal Foods World, v. 31, n. 3, p. 218-226, 1986.
- BROOKER, D. B.; BAKKER-ARKEMA, F. W.; HALL, C.W. **Drying and storage of grains and oilseeds**. New York:Van N. Reinold, 1992. 450 p.
- CARVALHO, N.M. **A secagem de sementes**. Jaboticabal. FUNEP, 1994. 165p.
- DALPASQUALE, V.A. *et al.* **Secagem de grãos em altas temperaturas Viçosa**. CETREINAR, 1987. 47p.
- SLAM, M.T.; MARKS, B.P.; BAKKER-ARKEMA, F. W. **Modeling an ear-corn dryer**. Transactions of the Asae, v. 48, n. 1, 2005.
- NSC TOTAL. **SC ocupa 9ª posição no ranking de produção agrícola, afirma IBGE**. 2016. Disponível em: <https://www.nsctotal.com.br/noticias/sc-ocupa-9a-posicao-no-ranking-de-producao-agricola-afirma-ibge>. Acesso em: 01 set. 2019.
- PORTAL SÃO FRANCISCO. **Trigo**. Disponível em: <https://www.portalsaofrancisco.com.br/alimentos/trigo>. Acesso em: 31 ago. 2019.
- RESENDE, O.; CORRÊA, P. C.; GONELI, A. L. D.; MARTINAZZO, A. P.; RIBEIRO, R.M. **Contração volumétrica na difusão líquida durante o processo de secagem do arroz em casca**. Revista Brasileira de Armazenamento, Viçosa, v. 30, n. 2, p. 163-171, 2005.
- SANDER, A.; KARDUM, J. P. **Experimental validation of thin-layer drying models** *Chemical Engineering and Technology*, v. 32, n. 4, p. 590-599, 2009
- THOMPSON, T.L.; PEART, R.M.; FOSTER, G.H. **Mathematical simulation of corn drying a new model**. Transaction of the ASAE, St. Joseph, Michigan, v.11, n.4. 1968.
- VILLELA, F.A.; PESKE, S.T. **Secagem e beneficiamento de sementes de arroz irrigado**. In: PESKE, S.T.; NEDEL, J.L.; BARROS, A.C.S.A. Produção de arroz. Pelotas: UFPel, 1996.