

**INDUSTRY 4.0: EXACT AND HEURISTIC METHODS APPLIED TO AUTOMATED AND SEMI-AUTOMATED STEEL PART CUTTING.****INDÚSTRIA 4.0 : MÉTODO EXATO E HEURÍSTICO APLICADO EM CORTE AUTOMÁTICO E SEMI-AUTOMÁTICO DE PEÇAS EM AÇO.**

---

**CHRISTIAN GIANELLI DA SILVA**

<https://orcid.org/0000-0003-2771-8752/christiangianelli63@gmail.com>  
Instituto Tecnológico de Aeronáutica - São José dos Campos - SP

---



Recebido em: 20/01/2025

Aprovado em: 15/05/2025

Publicado em: 15/05/2025

**RESUMO**

Em problemas de empacotamento e corte de itens irregulares, deve-se considerar sua alocação em uma matéria-prima (recipiente) de tamanho maior que os itens. Dessa forma, a alocação deve obedecer ao critério de estarem inteiramente contidos dentro do recipiente, sem sobreposições. Este trabalho visa apresentar os conceitos de empacotamento de itens irregulares e aplicar métodos computacionais para a resolução de problemas de corte e empacotamento automático de barras de peças em aço no setor industrial. São apresentados resultados prévios obtidos por meio de técnicas de otimização, visando minimizar as sobras de materiais nos cortes de barras e gerar *no-fit polygons* para o empacotamento dos itens.

**Palavras-chave:** Empacotamento de Itens Irregulares; Corte de Peças em Aço; Heurísticas; Indústria 4.0; *no-fit polygons*.

**ABSTRACT**

In problems involving the packing and cutting irregular items, it is essential to consider their allocation within a raw material (container) larger than the items themselves. Thus, the allocation must ensure that all items are entirely contained within the container without overlapping. This study aims to introduce the concepts of irregular item packing and apply

computational methods to solve automated bar cutting and packing problems for steel parts in the industrial sector. Preliminary results are presented using optimization techniques to minimize material waste in bar cutting and to generate no-fit polygons for packing items.

**Keywords:** Irregular Item Packing; Steel Part Cutting; Heuristics; Industry 4.0; no-fit polygons.

## 1 INTRODUÇÃO

Existem algumas técnicas voltadas à eficiência dos processos produtivos, e uma delas é a otimização, que pode ser utilizada em diversas áreas de estudo. Essa técnica auxilia na resolução de problemas que envolvem variáveis e restrições complexas. É desejável que o gestor consiga tomar decisões que indiquem ao usuário a solução ótima, ajustando o processo (Stein et al., 2018). Segundo Venanzi e Silva (2016), é importante manter um nível elevado de eficiência nos processos produtivos de uma organização, pois isso contribui para a redução de custos e desperdícios, menor consumo de materiais e melhoria dos rendimentos. Para isso, é necessário adotar estratégias capazes de otimizar a produtividade da empresa. Ao longo dos anos, uma das alternativas tem sido explorar técnicas de otimização para identificar aquelas que melhor se encaixam nos processos produtivos. Um projeto está geralmente associado ao fluxograma da organização, que define os equipamentos e as etapas seguidas em cada procedimento. Problemas que surgem durante o processo de produção podem ser evitados por meio de análises. Para analisar os dados relacionados a um determinado problema, recursos computacionais podem ser utilizados, proporcionando maior detalhamento dos resultados e agilidade na obtenção de soluções que, manualmente, demandariam mais tempo. Esses procedimentos devem atender às restrições do projeto. Em geral, a técnica de otimização faz parte dos estudos matemáticos que buscam examinar e desenvolver métodos eficientes (Perlingeiro, 2005).

Problemas de corte e empacotamento envolvendo itens irregulares (do inglês Nesting Problems) ocorrem em diversos setores industriais, como fabricação de roupas, corte de chapas, produção de móveis e de calçados. No setor industrial, é comum haver a necessidade frequente de cortes de barras de aço de tamanhos variados. Em muitas linhas de montagem do setor de caldeiraria, são gerados fluxogramas para a construção de peças ou equipamentos compostos por partes de aço que, ao serem soldadas, formam o conjunto final. Esses problemas visam definir o melhor arranjo possível das peças, respeitando as restrições de uma ordem de serviço (OS) e buscando a maior eficiência no uso da matéria-prima, minimizando desperdícios oriundos de cortes variados (Bennell & Oliveira, 2008; Arenales et al., 2015).

No contexto dos problemas de alocação de peças irregulares, os desafios envolvem análises geométricas complexas (não retangulares ou circulares) (Jorge et al., 2016). Um método ótimo, também chamado de método exato, é aquele que fornece a melhor solução possível — ou seja, que otimiza a função objetivo (Arenales et al., 2015). Já o termo "Heurística", do grego Heuriskein, refere-se à descoberta de soluções por meio de técnicas que melhoram o desempenho de métodos computacionais (Landmann & Erdmann, 2011; Poltl, 2001). Segundo Gundra (2002), métodos heurísticos são algoritmos que não necessariamente

garantem a solução ótima, mas permitem obter soluções satisfatórias em tempo razoável. Estudos relacionados ao tema foram abordados por diversos autores (Pileggi et al., 2007; Rocha, 2017; Jorge et al., 2016; Wavrzynczak et al., 2015; Mundim, 2015).

Neste trabalho, considera-se o método exato como responsável pela geração da solução ótima para o problema de corte de barras de aço com comprimentos variados. O método heurístico, por sua vez, permite obter boas soluções com custos computacionais aceitáveis, como no caso da geração dos *no-fit polygons*, que são utilizados em etapas de pré-processamento para o empacotamento de peças irregulares em moldes.

Este artigo está organizado da seguinte forma: a Seção 2 apresenta o problema de corte de barras e empacotamento de itens irregulares, com foco na etapa de geração dos *no-fit polygons*; a Seção 3 propõe soluções por meio de métodos exatos e heurísticos; a Seção 4 apresenta os resultados obtidos; e, por fim, a Seção 5 traz as conclusões do estudo.

## 2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O problema de empacotamento e corte de peças em aço presente neste trabalho é advindo de uma empresa situada no interior do Estado de Minas Gerais. Essa empresa possui foco no desenvolvimento do setor de Usinagem e Caldeiraria, onde realizam constantemente empacotamento, cortes de peças e desbastamento. Todas as informações presentes nesse contexto foram reestruturadas através dos dados originais para desenvolvimento da tecnologia computacional e para facilitar o entendimento e aquisição de informações por parte do leitor. O setor de caldeiraria (ramo industrial responsável pela fabricação e montagem de peças e equipamentos), necessita constantemente realizar cortes em diversos tipos de materiais conforme a demanda da produção. Para a fabricação de uma determinada peça a empresa utiliza chapas em aço para serem empacotadas em um molde e realizar os cortes de maneira automática. No corte de barras de aço de tamanhos variados a empresa utiliza uma matéria prima (barra ou tubo) e realiza os cortes de maneira semi-automática para suprir sua demanda. Diante disso, foi realizada a estruturação de dois problemas para este estudo de caso baseados no cenário real da empresa, conforme apresentado abaixo:

1. Em uma ordem de serviço necessita-se realizar cortes de barras de aço afim de inseri-las na linha de montagem da empresa. Sendo assim temos a contagem das seguintes peças cilíndricas; peça 01 no comprimento  $A$  e quantidade  $Q_1$ , peça 02 no comprimento  $B$  e quantidade  $Q_2$ , peça 03 no comprimento  $C$  e quantidade  $Q_3$ , peça 04 no comprimento  $D$  e quantidade  $Q_4$ , peça 05 no comprimento  $E$  e quantidade  $Q_5$ , peça 06 no comprimento  $F$  e quantidade  $Q_6$ , peça 07 no comprimento  $G$  e quantidade  $Q_7$ , peça 08 no comprimento  $H$  e quantidade  $Q_8$ , peça 09 no comprimento  $I$  e quantidade  $Q_9$  e peça 10 no comprimento  $J$  e quantidade  $Q_{10}$ . A matéria prima para realização dos cortes possui diâmetro de 500 mm,

comprimento de 6 m e material aço 1020. Deste modo, o objetivo é determinar como satisfazer a ordem de serviço de forma a minimizar o desperdício de aço constituído pela sobra de material oriunda dos cortes da matéria prima.

2. Dado uma quantidade  $N$  de peças de aço com padrão  $P$  de formato irregular que serão alocadas em um molde  $Q$  de formato regular com comprimento  $X$  e largura  $Y$  e zonas de qualidade iguais, onde o objetivo é acomodar da melhor maneira possível as peças de aço no molde  $Q$ , a fim de maximizar a quantidade de peças a serem alocadas nesta matéria prima para realização dos cortes de acordo com a demanda  $Z$ .

Em sequência após o levantamento do problema, foi definido para o desenvolvimento deste trabalho a aplicação do Método Exato e Heurístico para resolução dos problemas propostos. Este panorama para resolução desta aplicação industrial, surgiu pelo conhecimento da rotina da empresa que para cortes automáticos de plasma realiza o empacotamento de maneira manual (realização do desenho em *software* de modelagem mecânica e empacotamento automático para geração do *G-code*). No caso do corte de barras de tamanho diversos o padrão de corte é realizado pela empresa de maneira aleatória aumentando a chance de obter sobras de matéria prima sem auxílio computacional. A empresa realiza os cortes dos materiais utilizando 3 máquinas. Essas máquinas possuem um padrão de segurança operacional adequado para todas atividades. Quanto as características do maquinário, podemos classificar como uma máquina automática representada na Figura 1 e duas máquinas iguais semi-automáticas representadas na Figura 2.

### 3 PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Considerando o primeiro problema levantado na Seção 2, uma vez que tenha definido os padrões de corte e a quantidade permitida de cada tamanho de barra de modo que a demanda seja atendida, direciona-se para a minimização de sobra de matéria prima de acordo com a demanda da Tabela 1.

Figura 1. Máquina Automática de Corte por Plasma.



Fonte: Autor, 2021.

Figura 2. Máquina Semi-Automática de Corte.



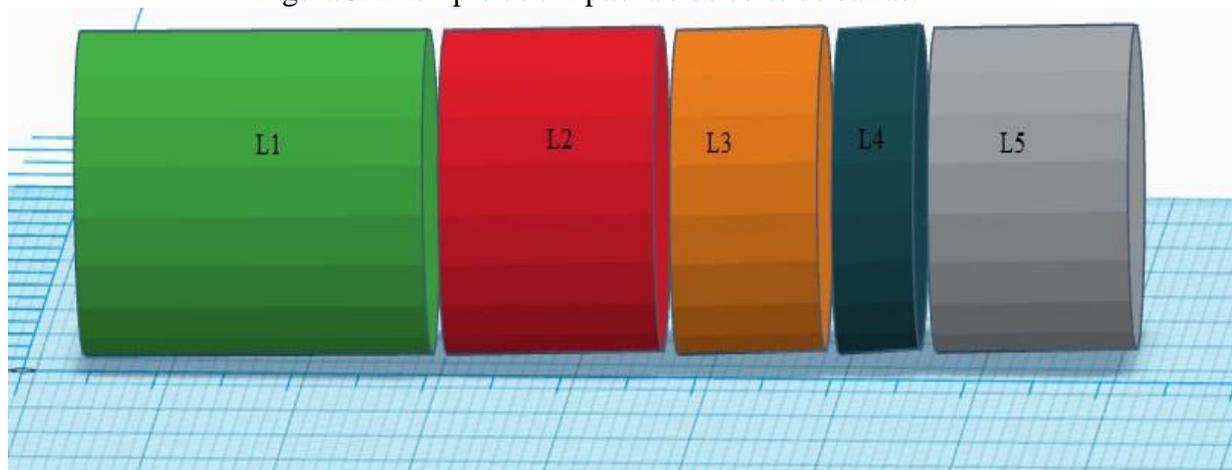
Fonte: Autor, 2021.

Tabela 1. Dados de entrada do problema de corte de barras.

Peças	Comprimento (cm)
Peça 01	20
Peça 02	25
Peça 03	50
Peça 04	100
Peça 05	150
Peça 06	200
Peça 07	220
Peça 08	250

Como proposta de solução para este problema foi considerado a formulação e definição matemática de padrões de corte definidos por (Arenales et al. 2015). Nela, temos  $n$  maneiras de cortar as barras de acordo com sua demanda. Para cada padrão de corte associamos uma demanda  $x$ , onde;  $i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$  e associamos um vetor  $m$ -dimensional  $a_j = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_m)$  em que  $a_{ij}$  fornece o número de itens do tipo  $i$  no padrão de corte  $j$ . Para facilitar o entendimento do leitor, apresentamos um exemplo de padrão de corte na Figura 3.

Figura 3. Exemplo de um padrão de corte de barras.



Fonte: Autor, 2021.

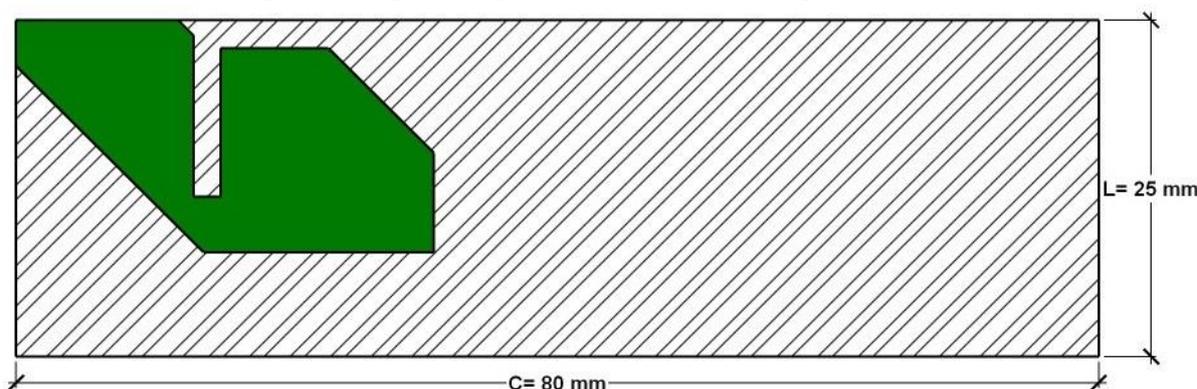
Se tratando dos dados de exemplo, temos; O comprimento total  $L$  equivalente a somatória de  $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5$  e  $m$  como a quantidade total de peças a serem cortadas em determinado padrão de corte. Para satisfazer o problema levantado a empresa disponibilizou a quantidade possível de cada peça, conforme a Tabela 2.

Tabela 2. Demanda.

Peças	Quantidade
Peça 01	6
Peça 02	4
Peça 03	3
Peça 04	24
Peça 05	30
Peça 06	20
Peça 07	64
Peça 08	10

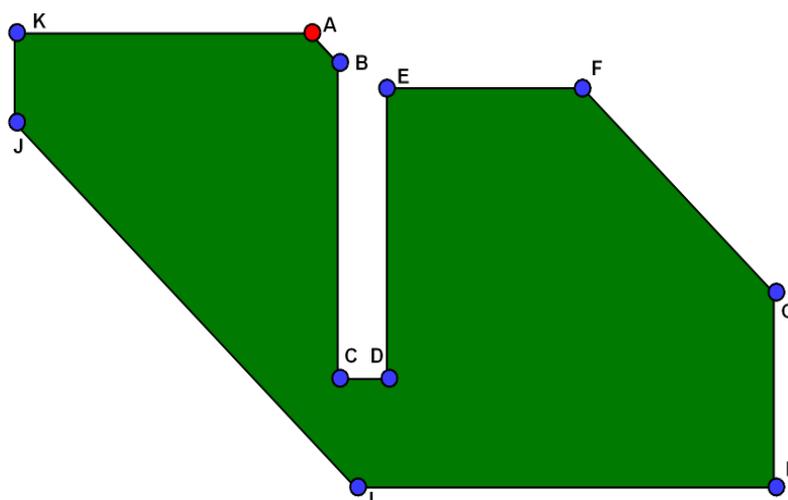
Partindo para a proposta de resolução do segundo problema levantado na Seção 2, onde existem vários modos de apresentar um item e, dentre alguns mais comuns utiliza-se a representação por pontos em uma malha e por polígonos. Foi definido a utilização destas técnicas para identificação destes problemas geométricos inerentes aos problemas de corte de itens irregulares. Essa revisão sobre diferentes representações para os itens e as análises geométricas podem ser encontradas em (Bennell and Oliveira 2008, Jorge et al. 2016). Assim neste trabalho, o recipiente foi representado por um retângulo de largura  $L_a$  fixo e comprimento  $C$  também fixo, Figura 4. Já se tratando dos polígonos (formados por segmentos de reta que não se cruzam e não se cruzam a não ser em suas extremidades) são definidos pelo conjunto de pontos ordenados em sentido horário. Em problemas de corte de itens irregulares deve-se evitar a sobreposição de itens (peças). Para esta tarefa utilizamos o conceito de *no-fit polygons (NFP)* apresentados por (Bennell and Oliveira 2008, Jorge et al. 2016). Portanto um dos vértices desse polígono é escolhido para ser o ponto de referência. Essa utilização define a identificação da posição de alocação do item no recipiente, Figura 5.

Figura 4. Representação de um modelo de empacotamento.



Fonte: Autor, 2021.

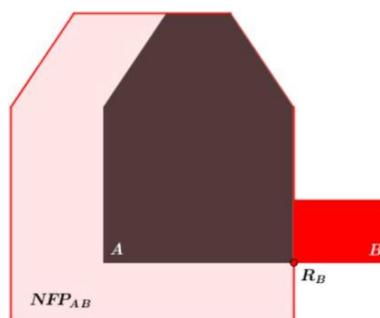
Figura 5. Representa de um item por polígono e seu ponto de referência.



Fonte: Autor, 2021.

Essa técnica visa verificar as posições relativas entre dois itens. Sendo que em  $A$  e  $B$  o *no-fit polygon* do item  $B$  em relação ao item  $A$  pode ser obtido ao orbitar o item  $B$  ao redor do item  $A$  ( $NFP_{AB}$ ). Na Figura 6, temos um item  $A$  (fixo) em um recipiente e um item  $B$  (orbital), com o seu ponto de referência demarcado. Ao orbitar o item  $B$  ao redor do item  $A$  pode ser obtido uma interseção entre os itens, obtendo o  $NFP_{AB}$ .

Figura 6. Exemplo de um *no-fit polygon* de  $B$  em relação a  $A$  ( $NFP_{AB}$ ).

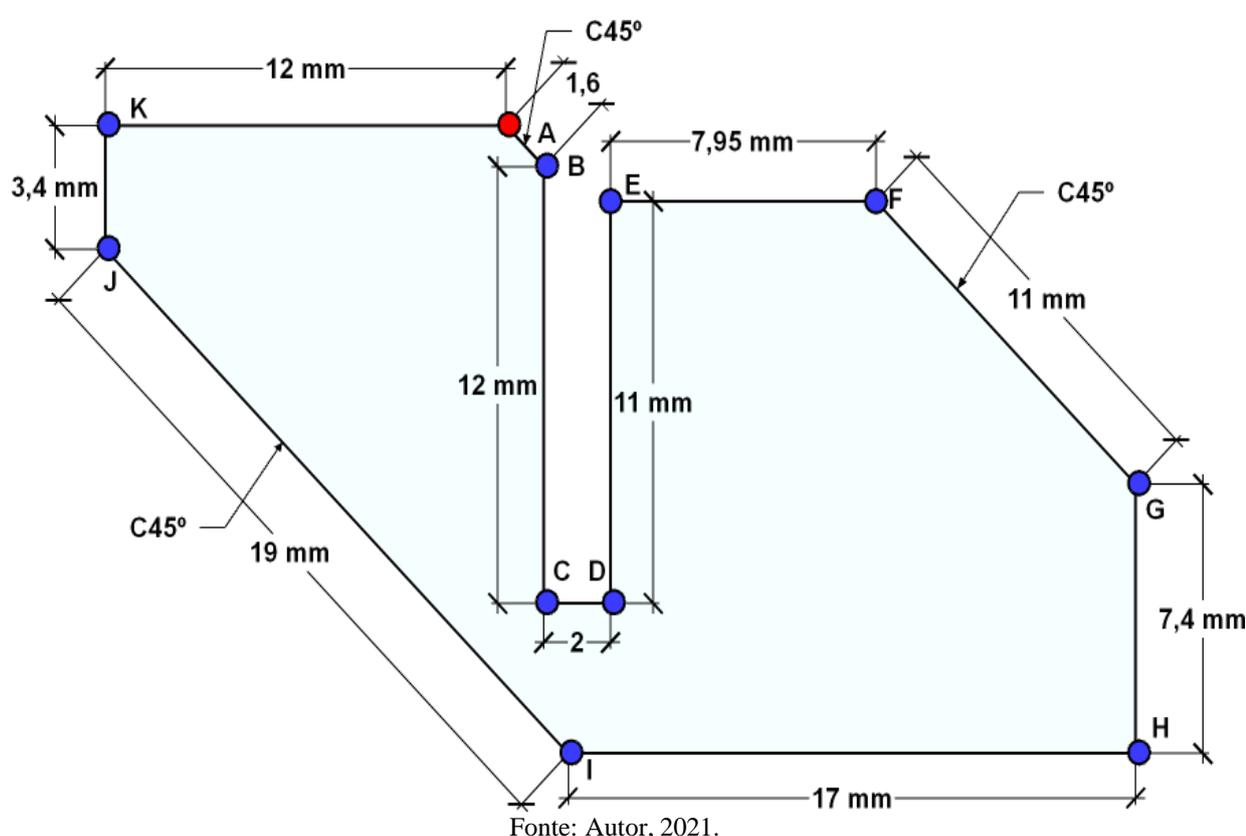


Fonte: Jorge, 2016.

Segundo JORGE et al., se o ponto de referência do item  $B$  estiver no interior do  $NFP_{AB}$  então  $B$  e  $A$  se sobrepõem; se o ponto de referência do item  $B$  estiver na borda do  $NFP_{AB}$  então  $B$  toca  $A$ ; se o ponto de referência do item  $B$  estiver no exterior do  $NFP_{AB}$  então  $B$  não se sobrepõe e nem toca  $A$ . Para esta resolução será considerado até a etapa de geração de *no-fit polygons* não convexos. Os *no-fit polygons* são calculados por um método heurístico de pré-processamento com

um algoritmo capaz de dividir o polígono não convexo em polígonos convexos e disponibilizar soluções aceitáveis para que não ocorra sobreposição de itens no processo de empacotamento. Os dados de entrada do segundo problema foram definidos conforme a Figura 7. Esta figura apresenta o polígono para implementação do método heurístico e geração de *NFP* parciais, conforme abaixo:

Figura 7. Item para geração do *no-fit polygon*.



#### 4 RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Para resolução do primeiro problema apresentado na Seção 2 foi definido a modelagem matemática e aplicação da linguagem *AMPL*, uma linguagem de modelagem algébrica para descrever e resolver problemas de alta complexidade para computação matemática em larga escala. Para tal feito foi necessário obter padrões de cortes para que fosse possível realizar a implementação utilizando um Solver. O número de desperdício foi calculado de acordo com o tamanho da matéria prima, que corresponde a sobra de itens em cada padrão de corte. A seguir na Tabela 3 apresentamos os padrões de corte encontrados:

Tabela 3. Padrões de corte gerados em função da demanda 01.

Padrão / cm	20	25	50	100	150	200	220	250	Desperdício
1	3	3	2	2	1	0	0	0	15
2	0	0	0	2	0	2	0	0	0
3	3	1	0	0	2	1	0	0	15
4	0	0	0	0	1	0	2	0	10
5	2	4	3	3	0	0	0	0	10
6	2	0	1	0	0	0	0	2	10
7	6	3	0	0	1	0	0	1	5
8	1	0	0	0	1	1	1	0	10
9	0	1	0	1	0	0	1	1	5
10	1	3	4	1	0	1	0	0	5

A partir da tabela 3, foi desenvolvido o modelo matemático, a fim de minimizar o desperdício da matéria-prima, conforme as equações a seguir:

$$\text{Minimizar}_{FO} : 15x_1 + 0x_2 + 15x_3 + 10x_4 + 10x_5 + 10x_6 + 5x_7 + 10x_8 + 5x_9 + 5x_{10}$$

Tal que, esteja;

Sujeito a:

$$3x_1 + 0x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 2x_5 + 2x_6 + 6x_7 + 1x_8 + 0x_9 + 1x_{10} = 06 \quad (1)$$

$$3x_1 + 0x_2 + 1x_3 + 0x_4 + 4x_5 + 0x_6 + 3x_7 + 0x_8 + 1x_9 + 3x_{10} = 04 \quad (2)$$

$$2x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 3x_5 + 1x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 4x_{10} = 03 \quad (3)$$

$$2x_1 + 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 3x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 1x_9 + 1x_{10} = 24 \quad (4)$$

$$1x_1 + 0x_2 + 2x_3 + 1x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 1x_7 + 1x_8 + 0x_9 + 0x_{10} = 30 \quad (5)$$

$$0x_1 + 2x_2 + 1x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 1x_8 + 0x_9 + 1x_{10} = 20 \quad (6)$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 2x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 1x_8 + 1x_9 + 0x_{10} = 64 \quad (7)$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 2x_6 + 1x_7 + 0x_8 + 1x_9 + 0x_{10} = 10 \quad (8)$$

$$x_i \geq 0$$

onde;  $FO$  representa a função objetivo e sua operação matemática, sujeito a 9 restrições referentes a cada peça, apresentadas pela equação: (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7) e (8). Para resolver o problema de empacotamento é preciso realizar a etapa de geração de *no-fit polygons* a partir do item irregular apresentado na Figura 7. Foi preciso definir as características do item utilizando uma estrutura de dados para armazenar os dados de forma organizada. Para este trabalho será apresentado a geração dos *no-fit polygons* baseado no algoritmo propostos por (Jorge et al. 2016). O algoritmo utilizado no processamento foi criado pelo Pesquisador Dr. Leandro Resende Mundim, criado no ano de 2016.

As informações desta estrutura de dados são referentes a quantidade de polígonos convexos seguido por esses polígonos, nesta ordem, com o número de vértices e as coordenadas dos vértices de cada polígono, no sentido horário (positivo). Os testes computacionais foram implementados em linguagem C/C++ e os experimentos realizados em um computador utilizando o sistema operacional

Ubuntu.

## 5 RESULTADOS

A solução do primeiro problema foi gerada com o objetivo de minimizar a sobra de materiais na organização em estudo. Na tabela abaixo os resultados mostram que a demanda programada pela empresa foi atendida em todos os itens. O desperdício mínimo para a organização será de 350 cm da matéria prima.

Tabela 4. Demanda atendida.

Peça	Quantidade	Quantidade Atendida
Peça 01	6	6
Peça 02	4	4
Peça 03	3	3
Peça 04	24	24
Peça 05	30	30
Peça 06	20	20
Peça 07	64	64
Peça 08	10	10

A tabela 5 mostra os padrões de corte que foram utilizados para atender a demanda e o número de vezes que o padrão foi utilizado para atender a demanda.

Tabela 5. Padrões de corte gerados em função da demanda 01.

Padrão / cm	20	25	50	100	150	200	220	250	Número de vezes
2	0	0	0	2	0	2	0	0	10
4	0	0	0	0	1	0	2	0	30
6	2	0	1	0	0	0	0	2	3
9	0	1	0	1	0	0	1	1	4
Total	6	4	3	24	30	20	64	10	-

Se tratando dos resultados do segundo problema apresentado foram encontrados o número total de 81 *Polygons* Hexagonais positivos e 0 negativos (Considerando o sentido Horário do ponto de referência em um dos encontros do vértice definido como ponto inicial). Estes resultados foram extraídos do sistemas operacional Ubuntu e apresentado exemplos das coordenadas geradas através dos encontros dos vértices, conforme a Figura 8 e 9.

Figura 8. Geração dos 3 primeiros *no-fit polygons* hexagonais parciais.

#Polygon 1: número de vértices:

6

#Vértices.

13.13 1.13

12.00 0.00

13.13 1.13

#Polygon 2: número de vértices:

#Vértices.

13.13 2.27

12.00 3.40

0.00 1.44

13.13 1.13

#Polygon 3: número de vértices:

#Vértices.

0.30 15.70

1.44 16.84

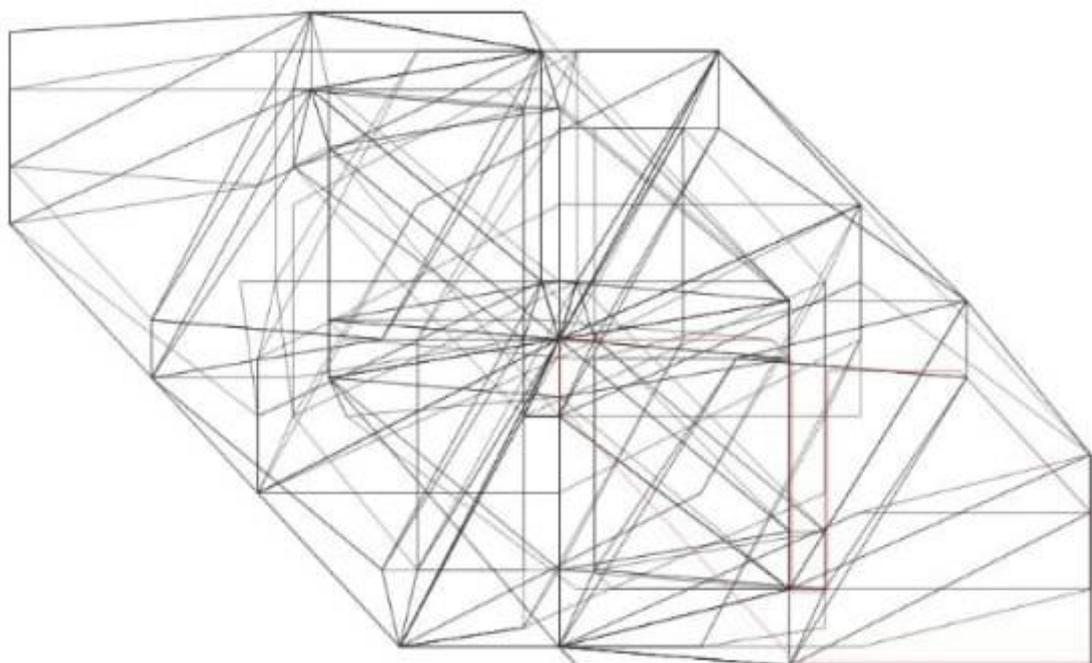
12.00 16.84

30.44 9.44

17.78 8.40

Fonte: Autor, 2021.

Figura 9. Resultado de 81 no-fit polygons do item irregular.



Fonte: Autor, 2021.

### 3 CONCLUSÃO

O trabalho teve como objetivo introduzir ferramentas e métodos computacionais para auxiliar o setor industrial na tomada de decisões em ordens de serviço rotineiras. O objetivo do primeiro problema apresentado de desperdício de matéria prima, no processo de corte de barras ou tubos, foi gerar padrões de corte que pudessem minimizar o desperdício onde não possui controle de padrões. Dessa forma o modelo obteve o desperdício mínimo de 350 cm através dos padrões de corte gerados. Em relação ao segundo problema apresentado, foi utilizado o algoritmo de *no-fit polygons* construído pelo Pesquisador Dr. *Leandro Resende Mundim*, através da entrada dos itens irregulares (neste trabalho foi considerado itens iguais) o algoritmo calcula através dos vértices várias coordenadas que para o processo de empacotamento são indispensáveis.

Portanto, ao fim deste processo foram gerados um total de 81 *no-fit polygons* hexagonais (o polígono original é dividido em hexágonos por se tratar de um polígono não convexo), chegando ao resultado previsto para este segundo problema. Dentro de um contexto peculiar, pode ocorrer de não se utilizar todos *no-fit polygons* gerados nessa etapa, isso pode variar de acordo com a quantidade de peças e sua forma geométrica. Neste trabalho foi utilizado 2 itens irregulares idênticos. Por fim, recomenda-se como trabalho futuro a geração de novos padrões de cortes para serem comparados e caso possível diminuir ainda mais o desperdício no processo de corte apresentado. Se tratando do

método heurístico apresentado recomenda-se a utilização de mais duas heurísticas que podem ser encontradas no trabalho de (Jorge et al. 2016). Essa segunda etapa é indispensável para realização do empacotamento final através dos resultados obtidos do *no-fit polygons*.

## REFERÊNCIAS

- ARENALLES, M.; MORABITO, R.; YANASSE, H. H.; ARMENTANO, V. A. *Pesquisa operacional*. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015.
- BENNEL, J. A.; OLIVEIRA, J. F. The geometry of nesting problems: A tutorial. *European Journal of Operational Research*, v. 184, n. 2, p. 397–415, 2008.
- GUNDR, H. *Heuristische ansätze zur lösung von standortfragen und deren implementierung*. 2002. (Trabalho acadêmico).
- JORGE, A. R.; MUNDIM, L. R.; ANDRETTA, M.; CHERRI, L. H. O problema de corte de itens irregulares: aplicação na indústria de corte de aventais e forros de luva. *Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento*, v. 8, n. 3, p. 214–235, 2016.
- LANDMANN, R.; ERDMANN, R. H. Uma abordagem heurística para a programação da produção na indústria de fundição com utilização da lógica fuzzy. *Gestão & Produção*, v. 18, n. 1, p. 119–130, 2011.
- MUNDIM, L. R. *Uma abordagem heurística para o corte de itens irregulares em múltiplos recipientes*. 2015. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.
- PERLINGEIRO, C. A. G. *Engenharia de processos: análise, simulação, otimização e síntese de processos químicos*. São Paulo: Blucher, 2005.
- PILEGGI, G. C.; MORABITO, R.; ARENALES, M. N. Heurísticas para os problemas de geração e sequenciamento de padrões de corte bidimensionais. *Pesquisa Operacional*, v. 27, n. 3, p. 549–568, 2007.